

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОЛЖСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА»

С.О. Зубович, А.Л. Суркаев

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Методические указания



Волгоград
2015

УДК 53 (075.5)

Рецензент:

Канд. физ.-мат. наук, доцент Т.А. Сухова

Издается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

С.О. Зубович, Изучение свободных затухающих электрических колебаний
[Электронный ресурс]: методические указания / С.О. Зубович, А.Л. Суркаев
//Сборник «Методические указания» Выпуск 3.-Электрон. текстовые
дан.(1файл:141Kb) – Волжский: ВПИ (филиал) ГОУВПО ВолгГТУ, 2015.-
Систем.требования: Windows 95 и выше; ПК с процессором 486+; CD-ROM.

Методические указания содержат рекомендации к выполнению лабораторной работы, представленной во второй части практикума кафедры «Прикладная физика и математика» Волжского политехнического института.
Предназначены для студентов всех форм обучения.

©Волгоградский
государственный
технический
университет, 2015
© Волжский
политехнический
институт, 2015

Лабораторная работа № 233

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

233.1. Цель работы: Изучение свободных затухающих электрических колебаний в колебательном контуре и определение их основных характеристик.

233.2. Описание лабораторной установки

Электрическая схема установки приведена на рис.233.1. Исследуемый колебательный контур с помощью переключателя S_1 может быть подключен к различным источникам внешнего напряжения: к генератору развертки осциллографа (положение I) или к звуковому генератору электрических сигналов ЗГ (положение II). При выполнении задания в данной работе подключение к звуковому генератору (положение II) не используется.

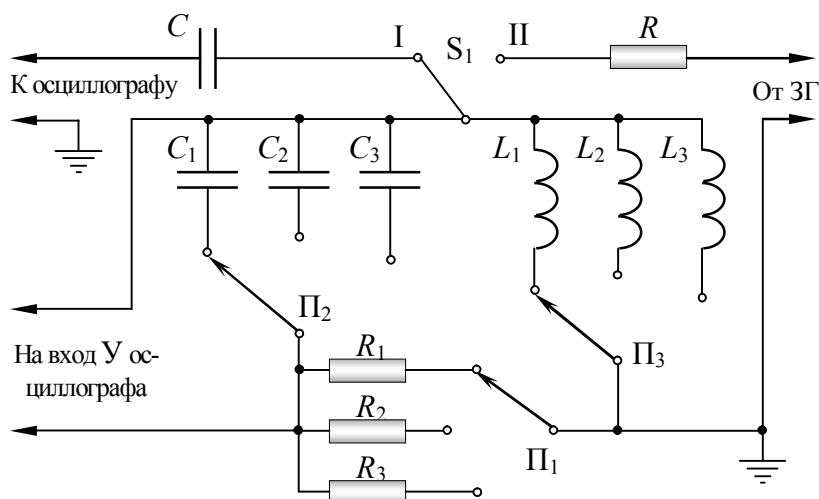


Рис.233.1. Принципиальная схема установки

Значение параметров контура R , C и L могут изменяться переключением соответствующих рукояток Π_1 , Π_2 , Π_3 , расположенных на панели установки.

При установке переключателя S_1 в положение I на контур подаются импульсы напряжения от генератора развертки осциллографа. Запуск раз-

вертки осциллографа и возбуждение колебаний в контуре происходит одновременно, поэтому изображение сигнала на экране осциллографа будет устойчивым.

233.3. Методика эксперимента

Систему, способную совершать свободные колебания называют *осциллятором*. В случае электромагнитных колебаний, примером такого осциллятора является колебательный контур.

Колебательным контуром называется электрическая цепь, состоящая из последовательно включенных конденсатора, емкостью C , катушки индуктивности L и активного сопротивления R (сопротивления проводников цепи), причем R – не обязательный элемент контура.

Реальный контур всегда обладает активным сопротивлением ($R \neq 0$), поэтому энергия, запасенная в контуре, постепенно расходуется в этом сопротивлении на нагревание, т.е. свободные колебания в контуре всегда будут *затухающими*.

Рассмотрим характер изменения заряда на обкладках конденсатора контура в случае затухающих электрических колебаний. Если q – заряд, сообщенный одной из обкладок конденсатора, то силу тока в контуре можно представить в виде:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (233.1)$$

При разрядке конденсатора сила тока в контуре изменяется и, следовательно, в каждый момент времени на разных участках контура будет не одинаковой. Однако, если размеры контура не слишком велики, а L и C не слишком малы (т.е. ω не слишком велика), то можно считать, что в любой момент времени на всех участках контура мгновенные значения тока практически одинаковые (*условие квазистационарности*). При выполнении этого условия к электрической цепи переменного тока можно применять законы, установленные для цепи постоянного тока. Будем считать условие

квазистационарности для рассматриваемого контура выполненным и обозначив через U_C разность потенциалов на обкладках конденсатора, применим второе правило Кирхгофа. Сумма падений напряжений ($U_C + IR$) равна действующей в контуре ЭДС самоиндукции ε_S :

$$U_C + IR = \varepsilon_S. \quad (233.2)$$

Учитывая, что по определению $U_C = \frac{q}{C}$ и $\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$ и используя выражение (233.1), уравнение (233.2) можно записать в виде:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0. \quad (233.3)$$

Выражение (233.3) называется *уравнением колебательного контура* и представляет собой линейное дифференциальное однородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

Если обозначить $\frac{R}{L} = 2\beta$ и $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$, уравнению (233.3) можно придать вид:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (233.4)$$

При не слишком большом затухании $\beta < \omega_0$ *общее решение уравнения* (233.4) может быть записано в виде:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (233.5)$$

где $q_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда свободного затухающего колебания в момент времени t ; q_0 – заряд на обкладках конденсатора в начальный момент времени

($t = 0$), т.е. амплитуда колебаний в начальный момент времени; $\beta = \frac{R}{2L}$ –

коэффициент затухания колебаний; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний; ω_0 – частота собственных незатухающих колебаний; φ – начальная фаза колебаний.

График функции (233.5) приведен на рис.233.2. Пунктиром показано изменение амплитудного (максимального) значения заряда на обкладках конденсатора во времени.

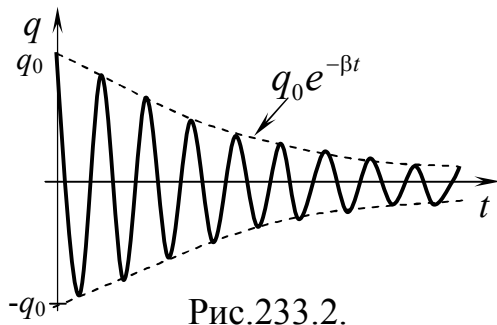


Рис.233.2.

Графики для напряжения U и силы тока I в контуре имеют аналогичный вид.

Затухающие колебания не являются периодическими, так как амплитудные значения электрических величин изменяются со временем. Однако, если выполнено условие $\beta < \omega_0$, то за период условно можно принять промежуток времени между двумя последующими амплитудными значениями заряда (или тока I , или напряжения U).

В этом случае *период затухающих колебаний* можно рассчитать как:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (233.6)$$

Рассмотрим величины, характеризующие затухание колебаний в контуре.

Затухание можно охарактеризовать *временем релаксации* τ , т.е. временем, в течение которого амплитудное значение заряда q (или тока I , или напряжения U) уменьшается в e раз, где $e \approx 2,71$. Тогда

$$\frac{q(t)}{q(t + \tau)} = \frac{q_0 e^{\beta t}}{q_0 e^{\beta(t+\tau)}} = e^{-\beta \tau} = e^{-1}. \quad (233.7)$$

Из формулы (233.7) следует, что $\beta \tau = 1$ и

$$\beta = \frac{1}{\tau}. \quad (233.8)$$

Таким образом, *коэффициент затухания* β – величина обратная времени τ и характеризует уменьшение амплитудного значения заряда q (или тока I , или напряжения U) за одну секунду.

Затухание колебаний может быть также охарактеризовано величиной логарифмического декремента затухания. *Логарифмическим декрементом затухания* λ называется натуральный логарифм отношения двух амплитудных значений заряда q (или тока I , или напряжения U) через промежуток времени, равный периоду T :

$$\lambda = \ln \frac{q(t)}{q(t+T)} = \ln \frac{q_0 e^{\beta t}}{q_0 e^{\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (233.9)$$

С учетом формулы (233.8) логарифмический декремент затухания:

$$\lambda = \beta T = \frac{1}{\tau} T = \frac{1}{N_e}. \quad (233.10)$$

Согласно формуле (233.10) логарифмический декремент затухания есть величина, обратная числу колебаний $N_e = \tau/T$ совершаемых за время τ , и характеризует уменьшение амплитудного значения заряда q (или тока I , или напряжения U) за одно полное колебание.

Для колебательного контура при малом затухании (т.е. при $\beta \approx 0$ и $\omega \approx \omega_0$):

$$\lambda = \frac{R}{2L} \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{\pi R}{\omega_0 L} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (233.11)$$

Амплитуда силы тока I_{\max} в контуре убывает по закону $e^{-\beta t}$. Энергия W , запасенная в контуре, пропорциональна квадрату амплитуды силы тока (или квадрату амплитуды напряжения на конденсаторе); следовательно, W убывает по закону $e^{-2\beta t}$:

$$W = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (233.12)$$

где W_0 – значение энергии в начальный момент.

Учитывая формулу (233.12), относительное уменьшение энергии за период равно:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} = \frac{1 - e^{-2\beta T}}{1} = 1 - e^{-2\lambda}. \quad (233.13)$$

При незначительном затухании (т.е. при условии, что $\lambda \ll 1$) $e^{-2\lambda}$ можно приближенно заменить через $1 - 2\lambda$, тогда формула (233.13) будет иметь вид:

$$\frac{\Delta W}{W} = 1 - (1 - 2\lambda) = 2\lambda. \quad (233.14)$$

Для количественной характеристики убыли энергии электрических колебаний в контуре используется величина, называемая добротностью

контура. *Добротностью контура Q* называется умноженное на π число колебаний N_e , совершаемых за время τ :

$$Q = \pi N_e. \quad (233.15)$$

Согласно (233.10) $N_e = \frac{1}{\lambda}$ и добротность Q контура связана с логарифмическим декрементом затухания λ соотношением:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}, \quad (233.16)$$

или с учетом соотношения (233.11):

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (233.17)$$

Из формулы (233.17) следует, что с уменьшением затухания колебаний в контуре добротность его увеличивается.

Заменив в выражении (233.14) λ через добротность контура Q в соответствии с формулой (233.16) и решив полученное уравнение относительно Q , получим:

$$Q = 2\pi \frac{\Delta W}{W}. \quad (233.18)$$

Итак, при слабом затухании *добротность контура Q пропорциональна отношению энергии, запасенной в контуре, к убыли этой энергии за один период колебания*, т.е. *добротность Q показывает степень приближения исследуемого колебательного контура к идеальному*.

В настоящей работе определяются период затухающих колебаний T , логарифмический декремент затухания λ и добротность контура Q , а также исследуются зависимости указанных характеристик от параметров контура L , C и R .

Для определения логарифмического декремента затухания λ переключатель S_1 устанавливают в положение I. Затем получают на экране осциллографа кривую зависимости падения напряжения на конденсаторе от времени $U_C = f(t)$, соответствующую 5-10 циклам колебаний. Далее производят измерение двух амплитудных значений напряжения U_C непосредственно по сетке экрана осциллографа. Чтобы произвести измерения с боль-

шей точностью, необходимо выбирать амплитуды сигнала на экране, отстоящие друг от друга не менее чем на 5 циклов колебания. В этом случае формула (233.9) примет вид:

$$\lambda = \frac{1}{m-n} \ln \frac{U_n}{U_m}, \quad (233.19)$$

где m и n – порядковые номера амплитудных значений напряжения; U_m и U_n – амплитудные значения напряжения для m , и n цикла соответственно, причем $(m - n) \geq 5$.

Для тех же значений R , L и C для которых определяется логарифмический декремент затухания λ , необходимо измерить период затухания колебания $T_{эксн}$ при помощи осциллографа. Полученное значение периода $T_{эксн}$ сравнивается с рассчитанным по формуле (233.6) $T_{теор}$:

$$T_{теор} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (233.20)$$

233.4. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте к измерениям лабораторную установку, Для этого установите переключатель S_1 в положение I, а переключатели Π_1 , Π_2 , Π_3 зафиксируйте в определенных положениях (рис.233.1), заданных преподавателем. Значения выбранных для измерений параметров контура C , L и R запишите в табл.233.1.

2. Осциллограф готов к работе и уже настроен, что легко проверить включением его в цепь, но если настройки сбиты (изображение затухающих колебаний на экране не наблюдается (см. рис.233.2)), то подготовьте осциллограф к измерениям, для этого:

2.1. Тумблер «Сеть» поставьте в положение «Выкл». Шнур питания осциллографа включите в сеть.

2.2. Переключатель «Род работы» поставьте в положение «Усилитель».

2.3. Регуляторы «Яркость», «Фокус», «Смещение X», «Смещение Y» установите в среднее положение.

2.4. Переключатель «Род синхронизации» поставьте в положение «Внутр.».

2.5. Переключатель «Развертка» поставьте в положение 2 Гц по внутренней шкале.

2.6. Рукоятку «Делитель» поставьте в положение 1:100.

2.7. Переключатель «Метки времени» поставьте положение «Выкл.».

2.8. Тумблер «Сеть» поставьте в положение «Вкл» и подождите появления на экране светлого пятна.

2.9. Ручками «Яркость» и «Фокус» установите необходимую яркость и фокусировку светового пятна.

2.10. При помощи ручек «Смещение X» и «Смещение Y» установите пятно в центре экрана.

2.11. Переключатель «Род работы» поставьте в положение «Непрер». При этом на экране должна наблюдаться светящаяся горизонтально расположенная линия, что свидетельствует о нормальной работе, блока развертки. Переключите ручку «Род работы» в положение «Усилитель».

2.12. Ручкой «Усиление» получите на экране отрезок вертикальной прямой длиной 40 мм. Этот отрезок соответствует удвоенной амплитуде синусоидального напряжения. Если ручкой «Усиление» не удастся получить такого размера изображения, то ручку «Усиление» поверните против часовой стрелки в крайнее положение и переключите «Делитель» в положение 1:10 и снова ручкой «Усиление» получите нужный размер изображения (40 мм). Если при этом ослаблении вы не получите такого размера, то ручку «Делитель» поставьте в положение 1:1 и регулируя «Усиление» добейтесь необходимого размера изображения на экране.

2.13. Поставьте переключатель «Род работа» в положение «Непрер».

2.14. Вращением ручек «Частота плавно» (растягивание изображения сигнала по горизонтали) и «Синхронизация» добейтесь устойчивого изображения кривой затухающих колебаний на экране. С помощью переключо-

чатателя «Развертка» получите на экране 4-6 циклов сигнала и опять получите устойчивое изображение.

2.15. Вращением ручек «Смещение X» и «Смещение Y» установите кривую затухающих колебаний в центральной части экрана.

2.16. Зарисуйте в протоколе изображение исследуемого сигнала.

3. Измерьте амплитуды двух как можно более удаленных друг от друга циклов колебания в делениях сетки экрана (одно деление – 1 мм) и определите период затухающих колебаний сигнала $T_{эксн.}$. Для этого:

3.1. Ручку «Метки времени» установите в положение, при котором на изображении укладывается наибольшее число легко различимых меток. (Ручку «Метки» рекомендуется поставить на деление 100).

3.2. Сосчитайте количество штрихов, укладываемых в длине волны (одном цикле кривой затухающих колебаний), и подсчитайте период сигнала по формуле

$$T_c = N \tau, \quad (233.21)$$

где N – количество светлых штрихов в цикле синусоиды; τ – показание ручки «Метки времени».

Рассчитайте частоту сигнала по формуле:

$$\nu_c = 1/T_c. \quad (233.22)$$

4. Изменив индуктивность контура L переключателем S_3 выполните операции, указанные в п.3.

5. Установите первоначальное значение индуктивности L . Измените емкость C контура переключателем S_2 и выполните операции, указанные в п.3.

6. Результаты всех измерений и расчетов запишите в табл.233.1.

233.5. Обработка результатов измерений

1. По формуле (233.20) вычислите период колебаний контура $T_{теор}$ для выбранных значений R , L и C .

2. Вычислите теоретические значения логарифмического декремента затухания $\lambda_{теор}$ и добротности $Q_{теор}$ по формулам:

$$\lambda_{теор} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad (233.23)$$

$$Q_{теор} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (233.24)$$

3. По формуле (233.19) определите экспериментальное значение логарифмического декремента затухания $\lambda_{эксп}$.

4. Определите экспериментальное значение добротности контура $Q_{эксп}$ по формуле:

$$Q_{эксп} = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (233.25)$$

Результаты измерений запишите в табл.233.1.

5. Проанализируйте, как влияет изменение электрических параметров контура на T , λ , Q . Сделайте вывод.

Таблица 233.1. *Определение основных характеристик затухающих колебаний в контуре.*

Параметры контура	Амплитуды исследуемого сигнала			N	τ , мкс	T, с		λ		Q	
	A_m , мм	A_n , мм	$m - n$			эксп.	теор.	эксп.	теор.	эксп.	теор.
$R_1 =$ $C_1 =$ $L_1 =$											
$R_1 =$ $C_1 =$ $L_2 =$											
$R_1 =$ $C_2 =$ $L_1 =$											

233.7. Перечень контрольных вопросов

1. Дайте понятие осциллятору. Какие колебания осцилляторов называются затухающими?

2. Что такое колебательный контур? Объясните принцип работы колебательного контура. Какие преобразования энергии в нем происходят?

Укажите, в чем аналогия между электрическими колебаниями в контуре и механическими колебаниями?

3. Получите дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний в последовательном колебательном контуре для заряда, для напряжения, для силы тока. Получите решение указанного уравнения.

4. Получите дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в последовательном колебательном контуре для заряда, для напряжения, для силы тока.

5. Получите решение дифференциального уравнения свободных затухающих колебаний. Нарисуйте качественную кривую, характеризующую свободные затухающие колебания.

6. Что такое коэффициент затухания, добротность и логарифмический декремент затухания?

7. Перечислите режимы свободных колебаний. Что такое критическое сопротивление?

Литература, рекомендуемая для обязательной проработки: [1], §§11.1, ..., 11.3; [2], §§231, ..., 236; [3], §§II.8.1, ..., II.8.3, III.6.1, ..., III.6.4; [4], §§99, ..., 102; [25], §§122, ..., 124, 126; [6], §§143, 146.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: Учебное пособие для физич. спец. вузов. – 9-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 319 с.
2. Калашников С.Г. Электричество. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 624 с.
3. Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы физики. Курс общей физики: Учебн. В 2 т. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика / Под ред. А.С. Кингсепа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001, – 560 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики в 4-х томах. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: КноРус, 2012. – Т.2. – 576 с.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Электричество. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – Т.3. – 656 с.

6. Трофимова Т.И. Курс физики. – 20-е изд., стер. – М.: Изд-во «Академия», 2014. – 560 с.

Учебное издание

Сергей Олегович **Зубович**
Анатолий Леонидович **Суркаев**

**ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ**

Методические указания

в авторской редакции

Темплан 2007 г., поз.№ __27. В__
Лицензия ИД № 04790 от 18.05.2001 г.

Подписано в печать _____. Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. _1,16__.

Уч.-изд. л. _1,2 на магнитоносителе

Волгоградский государственный технический университет.
400131, г. Волгоград, просп. им. В.И. Ленина 28.

РПК “Политехник” Волгоградского государственного
технического университета.
400131, Волгоград, ул. Советская, 35.