

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОЛЖСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА»

А.Л. Суркаев

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Методические указания



Волгоград
2015

УДК 53 (075.5)

Рецензент:

Канд. физ.-мат. наук, доцент Т.А. Сухова

Издается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

А.Л. Суркаев, **Изучение затухающих механических колебаний** [Электронный ресурс]: методические указания //Сборник «Методические указания» Выпуск 3.-Электрон. текстовые дан.(1файл:141Kb) – Волжский: ВПИ (филиал) ГОУВПО ВолгГТУ, 2015.-Систем.требования:Windows 95 и выше; ПК с процессором 486+; CD-ROM.

Методические указания содержат рекомендации к выполнению лабораторной работы, представленной в первой части практикума кафедры «Прикладная физика и математика» Волжского политехнического института.

Предназначены для студентов всех форм обучения.

©Волгоградский
государственный
технический
университет, 2015
© Волжский
политехнический
институт, 2015

Лабораторная работа №109

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

109.1. Цель работы: Изучение затухающих механических колебаний и определение параметров колебательной системы с использованием физического маятника.

109.2. Описание лабораторной установки

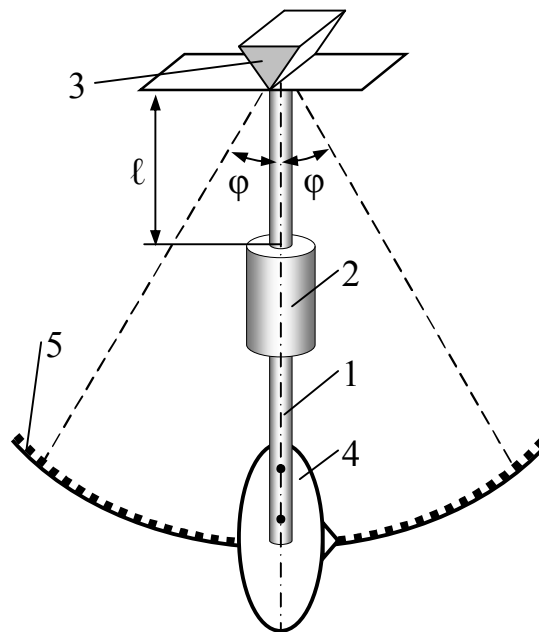


Рис.109.1. Схема установки

В работе используется колебательная система с затуханием – физический маятник и окружающая среда (воздух). Маятник представляет собой металлическую штангу 1, на которой располагается дополнительный груз 2 (рис.109.1). Положение груза 2 фиксируется стопорным винтом и определяется по шкале, нанесенной на штангу.

Верхний конец штанги 1 закреплен в шарнире (в нашем эксперименте на конце штанги зафиксирована опорная призма 3, которая располагается на неподвижной стандартной опоре). На нижнем конце штанги 1 закреплен легкий металлический диск 4 соответствующего диаметра, необходимого

для наблюдения затухающих колебаний. Плоскость диска 4 и плоскость колебаний маятника взаимно перпендикулярны. Угол отклонения φ маятника визуально определяется по дугообразной шкале, расположенной в непосредственной близости указателя диска 4. Диск предназначен для создания средой сопротивление движению маятника.

109.3. Методика эксперимента

Отклонив маятник от положения равновесия, и предоставив системе свободное движение, наблюдают *свободные затухающие колебания* маятника. При соответствующих параметрах колебательной системы, возникшие колебания будут протекать с явно выраженным затуханием. Изменяя положение груза 2 на стержне, задают параметры затухающих колебаний.

В реальных системах всегда происходит диссипация энергии. Если потери энергии не будут компенсироваться за счет внешних устройств, то колебания с течением времени будут затухать и через какое-то время прекратятся вообще. Колебания при наличии сил трения являются *затухающими*, а под действием внешней силы – *вынужденными*.

В простейшем, и вместе с тем наиболее часто встречающемся, случае сила сопротивления F_c пропорциональна величине скорости (такая ситуация может иметь место, например, при колебательном движении тела в воздухе или жидкости, когда число Рейнольдса $Re \sim 1$):

$$F_c = -r v, \quad (109.1)$$

где r – постоянная, называемая *коэффициентом сопротивления среды*; знак минус обусловлен тем, что сила F_c и скорость v имеют противоположные направления; следовательно, их проекции на ось x имеют разные знаки.

Уравнение второго закона Ньютона при наличии сил сопротивления (формула (109.1)) имеет вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt}. \quad (109.2)$$

Применим обозначения:

$$2\beta = \frac{r}{m}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (109.3)$$

где ω_0 – представляет собой ту частоту, с которой совершались бы свободные колебания системы в отсутствие сопротивления среды (при $r = 0$), эту частоту называют *собственной частотой* системы; β – *коэффициент затухания*, показывающий, какая доля энергии теряется при каждом колебании.

Перепишем уравнение (109.2) с учетом обозначений (109.3):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0. \quad (109.4)$$

Общая идея решения однородных линейных уравнений типа (109.4) заключается в следующем: в качестве функциональной зависимости $x(t)$ надо выбрать такую, которая при дифференцировании по времени переходит в саму себя, то есть экспоненту:

$$x(t) = x_0 e^{\lambda t}. \quad (109.5)$$

Общим решением уравнения (109.4) является:

$$x(t) = C_1 e^{(-\beta+i\omega)t} + C_2 e^{(-\beta-i\omega)t} = e^{-\beta t} (C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t}). \quad (109.6)$$

Решение (109.6) содержит две независимые константы C_1 и C_2 , которые определяются из начальных условий $x(0)$, $v(0)$.

Общее решение (109.6) будет действительно при $\beta < \omega_0$ и может быть записано в тригонометрическом виде:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (109.7)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, то есть представляет собой затухающие колебания, циклическая частота которых ω меньше, чем у собственных незатухающих колебаний ω_0 .

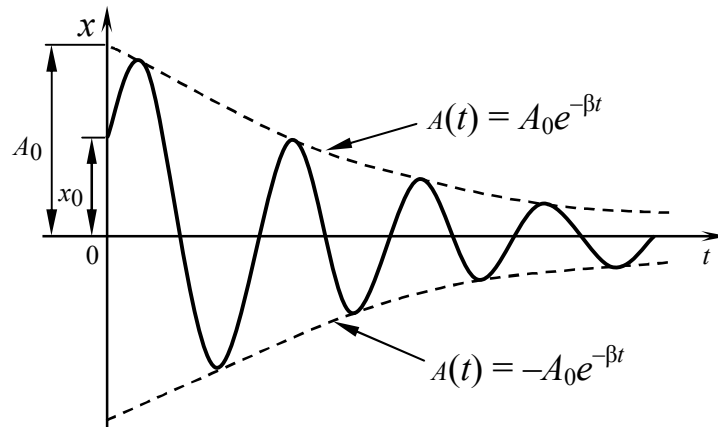


Рис.109.2. График затухающих колебаний

Колебания, описываемые общим решением (109.7), не являются гармоническими. Под их амплитудой будем понимать величину $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$, которая монотонно убывает со временем.

Скорость затухания колебаний определяется величиной $\beta = r/2m$, которую называют коэффициентом затухания. Найдем время τ , за которое амплитуда уменьшается в e раз. По определению $e^{-\beta\tau} = e^{-1}$, откуда $\beta\tau = 1$. Промежуток времени $\tau = 1/\beta$, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называется *временем релаксации*.

Период затухающих колебаний равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (109.8)$$

При незначительном сопротивлении среды ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) период колебаний практически равен $T_0 = 2\pi/\omega_0$. С ростом коэффициента затухания период колебаний увеличивается.

Экспоненциальный закон убывания амплитуды со временем позволяет ввести безразмерный параметр – *логарифмический декремент затухания* θ , который равен логарифму отношения значений амплитуд, соответствующих моментам времени, отличающимся на период:

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (109.9)$$

Закон убывания амплитуды со временем с учетом (109.9) можно записать в виде $A(t) = A_0 e^{-\frac{\theta}{T}t}$.

За время τ , за которое амплитуда уменьшается в e раз, система успевает совершить $N_e = \tau/T$ колебаний. Из условия $e^{-\frac{\theta}{T}\tau} = e^{-1}$ получается, что $\theta = 1/N_e$. Следовательно, *логарифмический декремент затухания* обратен по величине числу колебаний, совершаемых за то время, за которое амплитуда уменьшается в e раз и *показывает скорость затухания колебаний в системе*.

«Качество» (степень идеализированности) колебательной системы характеризуют безразмерным параметром Q , называемым *добротностью*. Добротность пропорциональна отношению запасенной энергии $E(t)$ к энергии ΔE , теряемой за период: $Q = 2\pi / (E(t)/\Delta E)$.

Если число колебаний велико, то $\beta T = 1/N_e \ll 1$. Тогда:

$$Q = \pi/\theta = \pi N_e. \quad (109.10)$$

При экспоненциальном законе убывания энергии со временем добротность Q оказывается постоянной величиной, которую, как и логарифмический декремент затухания θ , можно легко оценить по числу колебаний.

109.4. Порядок выполнения работы

1. Установите положение добавочного груза 2 на стержне 1 маятника произвольным образом.
2. Отклоните маятник от положения равновесия на угол $\varphi_0 \approx 12^\circ - 15^\circ$ и отпустите.
3. Предоставив маятнику свободно двигаться, измерьте по шкале 5

значения углов φ_i максимального отклонения маятника в процессе колебаний при каждом полном колебании.

4. Отклоните маятник от положения равновесия на тот же угол φ_0 и отпустите.

5. Предоставив маятнику свободно двигаться, измерьте секундомером время $N \approx 8 - 15$ полных наиболее ярко выраженных затухающих колебаний t (с точностью до сотых долей секунды).

6. Повторите опыт два раза (пункты 2–5) для разных положений добавочного груза 2 на стержне 1, но при значении угла максимального отклонения φ_0 равным принятому для первого опыта. Результаты запишите в таблицу 109.1.

Таблица 109.1. *Определение параметров затухающих колебаний.*

Положение добавочного груза. $\ell, м$	№ колебания	Угол отклонения $\varphi,$ град	Количество колебаний, N	Время колебаний $t, с$	Период колебаний $T, с$	Логарифмический декремент затухания θ	Добротность Q	Кэфф. затухания β
	1							
	..							
	4							
	1							
	..							
	4							
	1							
	..							
	4							

109.5. Обработка результатов измерений

1. Считая, что зависимость $A(t)$ равнозначно заменяется функцией $\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t}$, рассчитайте по формуле (109.9) логарифмический декремент затухания, коэффициент затухания и добротность по формуле (109.10). Результаты расчетов запишите в таблицу 109.1.

2. Определите периоды колебаний $T_i = \frac{t_i}{N}$ и постройте графики зависимости углов отклонения от времени $\varphi_i(t)$ в одной системе координат (рис.109.2).

109.6. Контрольные вопросы

1. Что такое колебательное движение?
2. Чем отличаются физический и математический маятники?
3. Амплитуда, период, частота и другие параметры колебательного движения.
4. Какие виды колебаний существуют?
5. Уравнение затухающих колебаний и его решение.
6. Какой физический смысл имеют логарифмический декремент затухания и коэффициент затухания?
7. Коэффициент затухания и его связь с добротностью.
8. Что такое резонанс? От чего зависит резонансная частота?
9. От каких факторов зависят случайные погрешности в данной экспериментальной работе?

Литература, рекомендуемая для обязательной проработки: [1], §§III.1.1, III.1.2, III.2.1,..., III.2.4; [2], §§49, 50, 53, 54, 58,..., 61; [3], §§140,..., 143, 146,..., 148; [4], §§27.1, 27.2, 28.1, 28.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кингсеп А.С, Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы физики. Курс общей физики: Учебн. В 2 т. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика / Под ред. А.С. Кингсепа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001, – 560 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики в 4-х томах. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. – М.: КноРус, 2012. – Т.1. – 528 с.

3. Трофимова Т.И. Курс физики. – 20-е изд., стер. – М.: Изд-во «Академия», 2014. – 560 с.
4. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Курс физики. – 9-е изд., стер. – М.: Изд-во «Академия», 2014. – 720 с.

Учебное издание

Анатолий Леонидович Суркаев

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ
МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ**

Методические указания

в авторской редакции

Темплан 2007 г., поз.№ 27. В
Лицензия ИД № 04790 от 18.05.2001 г.

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 1,16.

Уч.-изд. л. 1,2 на магнитоносителе

Волгоградский государственный технический университет.
400131, г. Волгоград, просп. им. В.И. Ленина 28.

РПК “Политехник” Волгоградского государственного
технического университета.
400131, Волгоград, ул. Советская, 35.